

# 간접적 ZMP 최적화를 통한 작업공간 전신 토크제어

## Whole-body torque controller through indirect ZMP optimization

안준휘<sup>1</sup> · 이호상<sup>1</sup> · 박재흥<sup>2</sup>

JuneWhee Ahn<sup>1</sup>, Hosang Lee<sup>1</sup>, Jaeheung Park<sup>2</sup>

**Abstract:** This paper shows wholebody dynamics torque controller through quadratic programming. To minimize zmp(zero moment point), we suggest indirect method to optimize zmp through quadratic programming. Through suggested controller, better contact stability was achieved and 1Khz of control rate for 31dof humanoid robot is also achieved.

**Keywords:** Humanoid Robot, Whole-body control, Contact Stability, Quadratic Programming

### 1. 서론

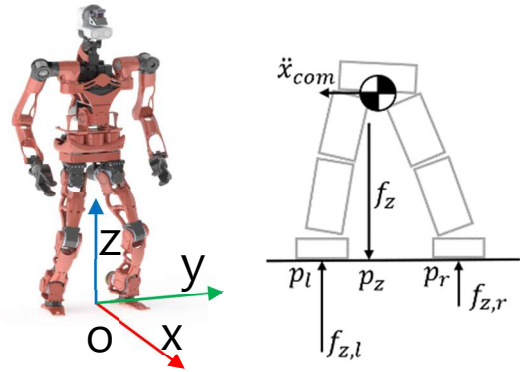
로봇의 여유 자유도로 인해 최적화를 통해 전신 제어기의 토크해를 구하는 연구가 많이 이루어지고 있다. 기존 연구에서는 관절공간에서의 동역학식을 통한 구속조건이 주를 이었고, 작업공간에서의 구속조건과 접촉력의 최소화를 통해 전신제어기를 구성하기도 하였다<sup>[1]</sup>. 접촉력의 최소화를 통해 최적화 해를 구할 경우, 양 발에 생성되는 모멘트의 크기가 각 발의 수직항력에 상관없이 비슷하게 구해져, ZMP가 차이나는 현상이 발생하였다. 이로 인해 수직항력이 적은 발에서는 ZMP가 발의 경계 근처에 생성되어 접촉이 불안정해지는 현상이 발생하였다. 최적화 식에서의 경계조건을 수정할 경우, 수행가능한 작업이 줄어들 가능성도 존재한다. 따라서 본 논문에서는 최적화를 통해 ZMP를 발 중심에 가깝게 생성하여 접촉안정성을 증가시킨다.

본 논문에서 제안된 제어기의 검증에 사용된 로봇은 31자유도의 휴머노이드 로봇([Fig. 1] 왼쪽)이다. 다리, 허리, 팔에 각각 6, 3, 8자유도로 구성 되어있다. 시뮬레이션을 통해 본 논문에서 제시된 제어기의 성능을 테스트 하였다.

### 2. 본론

2.1 접촉유지 작업공간 동역학을 통한 2차계획법 구성  
본 논문에서는 접촉유지 전신제어 프레임워크<sup>[2]</sup>를 이용하여 2차 계획법을 구성하였다.

2차계획법의 주요 구성은 제어 목표  $f^*$ 가 접촉요건을 해치지 않도록 최적화하며, 로봇의 운동에너지를 최



[Fig. 1] Humanoid Robot Tocabi (left), lower body contact model (right)

소화하고 동시에 각 발의 ZMP를 간접적으로 최소화하는 것이다. 그 구성은 다음과 같다.

$$\min_{f^*, \Gamma^k, F_c} C_f \|f^* - f_d^*\|^2 + C_q \ddot{q}^T A \ddot{q} + C_c \|W_c f_c\|^2 \quad (1)$$

$$\text{Subject to } f_c = \bar{J}_c^T (S^k)^T \Gamma^k - \mu_c - p_c \quad (2)$$

$$\bar{J}^T (S^k)^T \Gamma^k = \Lambda f^* + \mu + p \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{|M_{y,i}|}{|f_{z,i}|} < l_{x,i} \\ \frac{|M_{x,i}|}{|f_{z,i}|} < l_{y,i} \\ (f_{x,i}^2 + f_{y,i}^2)^{\frac{1}{2}} < \mu_s f_{z,i} \\ M_{z,i} < \mu_s f_{z,i} \end{array} \right\} \forall i \in (\text{left}, \text{right}) \quad (4)$$

$f^*$ ,  $\Gamma^k$ ,  $f_c$ 는 2차계획법에서의 변수로 각각 작업공간에서의 제어입력 벡터, 입력 토크 벡터, 접촉력 벡터이다.  $C_f$ ,  $C_q$ ,  $C_c$ 는 각각의 목적함수의 가중치를 결정하는 상수이다.  $f_d^*$ 는 pd제어기를 통해 생성된 작업공간에서의 제어입력 벡터이다.  $\ddot{q}$ 는 토크를 통해 추정된 각 가속도 벡터이며,  $A$ 는 로봇의 관절공간에서의 질량행렬이다.  $W_c$ 는 접촉력의 각 성분들의 가중치를 정해주는 대각가중행렬이다.  $S^k$ 는  $k \times (6 + k)$  크기의 선택행렬이며, 다음과 같다.

1. Graduate Student, Seoul National University, Seoul, Republic of Korea (jjune992, hslee1989@snu.ac.kr)  
2. Professor, Corresponding author: Seoul National University, Seoul, Republic of Korea (park73@snu.ac.kr) and Advanced Institutes of Convergence Technology (AICT), Suwon, Republic of Korea

$$S^k = [0_{k \times 6} \quad I_{k \times k}] \quad (5)$$

$J_c, \mu_c, p_c$ 는 각각 접촉공간에서의 자코비안, 전향력과 원심력 벡터, 중력벡터이다.  $J, \Lambda, \mu, p$ 는 각각 작업공간에서의 자코비안, 질량행렬, 전향력과 원심력, 그리고 중력벡터를 의미한다.

$f_{x,i}, f_{y,i}, f_{z,i}, M_{x,i}, M_{y,i}, M_{z,i}$ 는 각각  $i (\in (\text{left}, \text{right}))$  번째 접촉지점에서의  $x, y, z$  방향으로의 힘과 모멘트를 의미한다.  $\mu_s$ 는 마찰계수,  $l_{x,i}, l_{y,i}$ 는 접촉지점에서의 경계조건을 의미한다.

식(1)에서 나와있는 목적함수의 첫 항은 최적화를 통해 구해지는 제어입력이 목표제어입력과의 오차를 최소화한다. 두번째 항은 토크를 통해  $\ddot{q}$ 를 예측하여 로봇의 운동에너지를 최소화하는데,  $\ddot{q}$ 는 다음의 식을 통해 구할 수 있다.

$$\ddot{q} = A^{-1}N_c(S^k)^T \Gamma^k - A^{-1}N_c g(q) \quad (6)$$

$N_c, g(q)$ 는 각각 접촉공간에서의 영공간행렬, 관절공간에서의 중력행렬이다.

식 (1)의 세번째 항은 간접적으로 ZMP를 최소화해주는 목적함수이다. 목표 무게중심 가속도를 통해 생성될 로봇 전체에서의 ZMP의 위치를 계산한다. ZMP의 위치  $p_z$ 는 다음의 식을 통해 계산한다.

$$p_z = x_{com} - \frac{h}{g} \ddot{x}_{com} \quad (7)$$

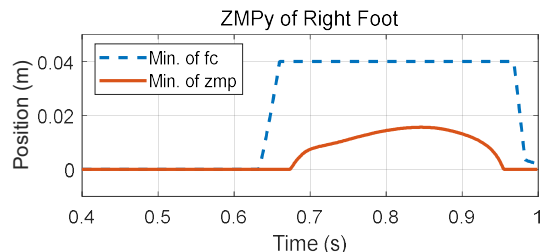
$x_{com}, \ddot{x}_{com}$ 은 각각 무게중심의 위치와 가속도를,  $h$ 는 무게중심의 높이,  $g$ 는 중력가속도를 의미한다. 간단한 모델([fig. 1] 오른쪽)을 통해  $p_z$ 로 힘 평형을 이용해 각 발에 생성될 수직힘  $f_{z,l}, f_{z,r}$ 은  $p_l, p_r$ 와  $p_z$ 사이의 거리에 따라 결정된다. 따라서  $p_l, p_r$ 와  $p_z$ 사이의 거리에 비례하여  $W_c$ 의 각 발의 모멘트 대응 가중치를 계산한다. 따라서  $p_z$ 의 위치가 오른발에서 멀어질수록 모멘트를 더 최소화하고, 가까워질수록 덜 최소화한다. 따라서 ZMP의 최소화와 유사한 효과를 낼 수 있다.

식 (2)는 접촉공간에서의 동역학 균등 제약조건을 의미하며, 식 (3)은 작업공간에서의 동역학 식을 통한 균등 제약조건을 의미한다. 식 (4)의 경우 각 발에 생성되는 접촉력과 모멘트가 접촉 조건을 만족하도록 하는 비균등 제약조건을 의미한다.

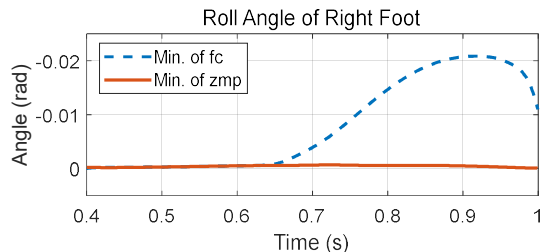
## 2.2 시뮬레이션 결과

시뮬레이션에 사용된 컴퓨터의 사양은 Cpu i7-6700k, ram DDR4 16GB이다. 2차계획법의 풀이는 qpOASES의 라이브러리를 이용하였다. 결과로 9자유도의 작업 목표에서 2차계획법의 연산 시간은 약 0.3ms 정도가 소요되었으며, 로봇의 전체 제어주기는 약 1kHz에 도달했다. 시뮬레이션은 상체의 회전을 고정한 상태에서 무게중심의  $y$ 축 위치를 1초동안 오른발에서 왼발로 이동시키

는 제어로 제어기를 분석하였다. 시뮬레이션 상에서 작업중 발생한 무게중심의 오차의 경우, 기존 제어기의 오차는 0.218mm, 제안된 제어기는 0.126mm로, 접촉 안정성의 증가로 인해 무게중심 오차가 감소했음을 확인할 수 있었다.



[Fig. 2] ZMPy of Right Foot Graph.



[Fig. 3] y axis euler angle of right foot

[Fig. 2], [Fig. 3]은 무게 중심이 오른발에서 왼발로 이동하며 생긴 오른발에서의  $y$ 축 ZMP위치와 롤 각도의 그래프이다. 접촉력 최소화 제어기의 경우 무게중심이 왼발로 이동하며 오른발의 수직 항력이 줄어들어 따라 ZMP가 경계에 도달한 것을 확인할 수 있었다. 제안된 제어기의 경우 ZMP가 경계에 도달하지 않고 안정적으로 유지된 것을 확인할 수 있었다. [Fig. 3]에서는 제안된 제어기의 경우 기존 제어기와는 다르게 로봇의 발이 들리지 않아 안정적으로 유지된 것 확인할 수 있었다.

## 3. 고찰

본 논문에서는 접촉유지 진신 제어기를 2차계획법을 통해 구성하였고, 작업공간에서의 구속과 ZMP최소화를 통한 최적화로 제어기를 구성하여 시뮬레이션상에서 테스트를 진행했고 접촉안정성의 증가를 확인할 수 있었다.

## 4. Reference

- [1] Y. Lee, N.G. Tsagarakis and J.Lee, "Agile Standing-up Control of Humanoids: Energy-based Reactive Contact Wrench Optimization with Strict Dynamic Consistency" in IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS'19), Macau, CHINA, NOV 2019
- [2] J. Park and O. Khatib, "Contact consistent control framework for humanoid robots," in IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'06), Orlando, USA, May 2006