

# 주어진 힘에 대해 관절 토크를 최소화하는 역기구학\*

## Inverse Kinematics Minimizing Joints Torque with Given Target Wrench\*

박수한<sup>1</sup> · 장근우<sup>1</sup> · 김승연<sup>2</sup> · 김상현<sup>1</sup> · 박재홍<sup>3</sup>

Suhan Park<sup>1</sup>, Keunwoo Jang<sup>1</sup>, Seungyeon Kim<sup>2</sup>, Sanghyun Kim<sup>1</sup>, Jaeheung Park<sup>3</sup>

**Abstract:** When handling an object, people usually optimize their pose to ease work load. It is possible because the required joint torque to realize target wrench can be changed by different joint configurations. Using this property, we propose an inverse kinematics method to lessen the joint torque while the robot handles an object. The proposed method minimizes the norm of joint torque ensuring position and orientation constraints by using non-linear optimization method. As a result, we could obtain a joint configuration which does not violate the constraints and achieves the smaller norm of joint torque than that from conventional inverse kinematics algorithm.

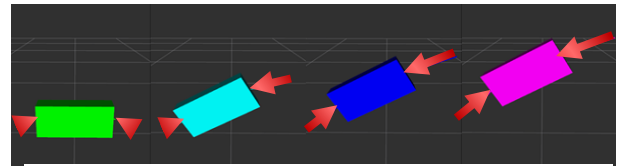
**Keywords:** Inverse kinematics, Non-linear optimization, Robot manipulation

### 1. 서론

사람은 물건을 들어올릴 때 근육의 피로를 줄이기 위하여 힘이 덜 드는 자세로 물건을 들어올린다. 예를 들어 물건을 두 팔로 들 때에, 팔꿈치의 위치에 따라 근육의 피로도가 달라지게 된다. 말단장치가 작업 공간상의 특정한 작업을 수행할 수 있도록 제작된 수직다관절로봇도 마찬가지로 자세에 따라 목표하는 힘에 대한 필요 관절 토크가 변화한다. 이는 수직다관절로봇의 말단장치가 가하는 힘  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^6$ 과 관절 토크  $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^n$  간의 관계로부터 확인할 수 있다. 작업 공간상의 위치를 관절 공간에 대해 편미분한 자코비안 행렬을  $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times n}$  라 할 때 이 관계를 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F} \quad (1)$$

식 (1)에서 볼 수 있듯이  $\mathbf{J}$ 는 관절 각도  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ 에 대한 함수이기 때문에 목표하는 힘을 만들기 위해 요구되는 토크가 관절 각도에 따라 다를 수 있다는 것을 알 수 있다. 본 논문에서는 이러한 점을 이용하여 관절 토크를 최소화하며 작업 공간 상의 목표 위치 및 목표 힘을 만족시키는 역기구학 방법을 고려한다. 기존 방법들은 작업공간 제어 시 영공간에 원하는 식을 최소화하



[Fig. 1] Results of dual contact point planning

는 비용함수를 사용하여 토크를 최소화하였다. 본 연구에서는 비선형 최적화를 통해 비용 함수와 제한조건을 쉽게 설계하고 지역 최적해의 문제를 TRAC-IK<sup>[2]</sup> 방법과 유사하게 접근하여 주어진 힘  $\mathbf{F}$ 에 대한 토크를 비용함수로 하는 역기구학을 제시한다.

#### 1.1 목표 위치와 목표 힘을 동시에 요구하는 문제

[Fig. 1]에서는 임의의 물체를 들어올릴 때의 접촉 모션 계획의 결과를 화살표로 나타낸다. 화살표의 방향이 힘이 가해지는 방향이고, 꼭지점은 접촉 점의 위치이다. 이와 같이 이 모션 계획에서는 물체의 정적 평형을 유지하기 위한 접촉 점과 접촉 힘을 산출하여 제공한다. 주어진 정보로 로봇이 물체를 조작하기 위해서는 접촉 점의 위치 및 접촉 힘을 만족해야 물체의 정적 평형을 유지할 수 있기 때문에 접촉 위치뿐만 아니라 힘에 대한 고려도 필요하다.

#### 1.2 비선형 최적화를 통한 문제 해결

본 논문에서는 목표 위치 및 목표 힘을 요구하는 역기구학 문제를 풀기 위하여 비선형 최적화 방법을 사용하였다. 목표 위치를 만족하는 제한조건과 관절 토크에 대한 비용 함수를 구성함으로써 역기구학 문제를 해결하였다.

1. Graduate Student, Seoul National University, Seoul, Republic of Korea (psh117, jkw0701, ggory15@snu.ac.kr)  
2. Researcher, Advanced Institutes of Convergence Technology (AICT), Suwon, Republic of Korea (ksy0711@snu.ac.kr)  
3. Professor, Corresponding author: Seoul National University, Seoul, Korea (park73@snu.ac.kr) and Advanced Institutes of Convergence Technology (AICT), Suwon, Republic of Korea

\* This work was supported by Industrial Strategic Technology Development Program (No. 20004953) funded by the Ministry of Trade, Industry & Energy (M/I, Korea).

## 2. 토크 최적화 역기구학

### 2.1 최적화 식 구성

$$\text{minimize} \quad \|J^T(\mathbf{q})\mathbf{F}\|_2^2 + \lambda\|\mathbf{q} - \mathbf{q}_0\|_2^2 \quad (2)$$

$$\text{subject to} \quad \|\mathbf{f}(\mathbf{q}) - \mathbf{x}_d\|_2^2 \leq \epsilon_p \quad (3)$$

$$\|\mathbf{R}_d^T \mathbf{R}(\mathbf{q}) - \mathbf{I}_3\|_F \leq \epsilon_R \quad (4)$$

$$\underline{\mathbf{q}} \leq \mathbf{q} \leq \bar{\mathbf{q}} \quad (5)$$

비용함수 식 (2)는 식 (1)에서 주어진  $\Gamma$ 의 l2-norm을 최소화하는 식으로 구성하였다. 또한 이전에 구한 해가 존재할 경우 연속적인 역기구학을 풀기 위하여 이전 해와의 변위를 설정 파라미터  $\lambda$ 를 곱해 비용 함수에 더하였다. 이 때  $\mathbf{F}$ 는  $\|\mathbf{F}\|_2 = 1$ 로 정규화된 값을 사용한다. 제한조건 식 (3)은 위치에 대한 제한 조건을 나타내며, 식 (4)는 방위에 대한 제한 조건을 나타낸다. 추가적으로 식 (5)와 같이 관절 각도 범위를 제한하였다.

### 2.2 비선형 최적화의 한계 및 해결

비선형 최적화는 지역 최적해에 빠져 전역 최적해를 찾지 못한 채 최적화 과정이 중단되는 문제가 있는 것으로 알려져 있다. 제안된 역기구학 문제 역시 지역 최적해에 갇혀버리는 문제가 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 지역 최적해에 도달하면  $\mathbf{q}_{rand}$ 를 관절공간 내에서 샘플한 뒤  $\mathbf{q}$ 의 초기 값으로 설정하여 다시 문제를 풀도록 하였다. 이렇게 수차례 반복하여 가장 최적의 해를 선택함으로써 전역 최적해의 근사한 해를 구한다.

## 3. 실험

비선형 최적화 알고리즘은 COIN-OR 프로젝트의 ipopt 알고리즘을 사용하였으며, C++ 및 Eigen 라이브러리와 함께 사용 가능한 ifopt 인터페이스를 사용하였다. 제안된 역기구학 방법은 7자유도 수직다관절로봇 Franka Panda를 이용하여 수행되었다. 역기구학을 위한 초기 조건은 식 (6)-(8)과 같다.  $\text{quat}(x, y, z, w)$ 는 사원수 형식의 방위 표현을 회전 행렬로 변환하는 함수이다.

$$\mathbf{x}_d = [0.4 \ 0.0 \ 0.7]^T, \quad \dots \quad (6)$$

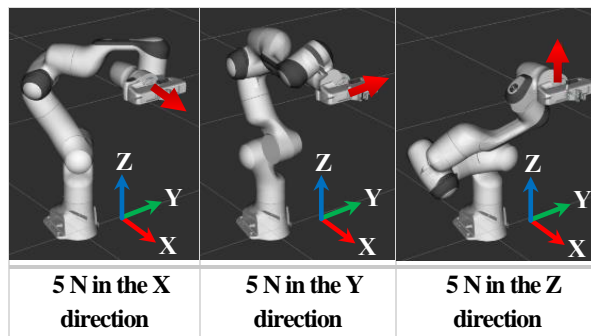
$$\mathbf{R}_d = \text{quat}(0.707, 0, 0.707, 0), \quad \dots \quad (7)$$

$$\epsilon_p = 10^{-6} \text{ m}, \quad \epsilon_R = 2.83 \times 10^{-4}, \quad \dots \quad (8)$$

$$(\epsilon_R \in [0, 2\sqrt{2}]).$$

제안된 역기구학 방법을 통해 산출된 최적 해를 [Fig. 2]에 표현하였다. 적색 화살표는 목표하는 힘이고, 로봇 팔은 그에 상응하는 최적 해를 나타낸다.

관절 샘플 100,000개로 구해진 기존 방식의 역기구학 결과 중 최대 토크와 제안된 방법으로 산출한 최소 토크를 비교하여 [Table 1]에 정리하였다.



[Fig. 2] Solutions of proposed inverse kinematics

[Table 1] Comparison of the result torques

Applied force [N, axis]	$ \Gamma _{2_{\min}}$ [Nm]	$ \Gamma _{2_{\max}}$ [Nm]	Reduction ratio [%]
5, X	1.421	2.257	37.04
5, Y	3.346	3.588	6.74
5, Z	2.228	3.161	29.52

## 4. 결론 및 분석

본 논문에서는 작업 공간 상의 말단 장치 목표 위치 및 목표 힘이 주어졌을 때 토크를 최소화하는 비선형 최적화 방법을 제안하였다. 또한 제안된 방법으로 구해진 해와 최대 토크의 경우를 비교하여 목표 힘에 대한 필요 토크 감소가 가능한 것을 확인하였다. 이를 통해 로봇의 작업 능력 향상을 기대한다. 또한 본 논문에서 사용한 경사 하강법(gradient descent)방법 및 내부점 방법(interior point method)을 기반으로 하는 비선형 최적화는 정기구학 함수의 자코비안 행렬을 이용하기 때문에 자코비안 기반 역기구학과 유사한 성능을 내면서 제한조건과 비용 함수의 구성이 쉬운 장점이 있다. 따라서 본 논문에서 행한 관절 토크를 최소화하는 비용함수 대신 다른 비용함수를 적용하면 또다른 응용 역기구학을 쉽게 설계할 수 있다. 예를 들어,  $|\Gamma|_2^2$ 를 구할 때에 가중행렬  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 를 사용하여 토크 비용함수를  $\|\mathbf{W}\Gamma\|_2^2$ 와 같이 구성하면 각 모터별로 가중치를 조절할 수 있어 모터 특성별로 부담되는 부하를 피하도록 할 수 있다.

## References

- [1] Siciliano, B. "Kinematic control of redundant robot manipulators: A tutorial." *Journal of intelligent and robotic systems* vol. 3, no. 3, pp. 201-212, 1990.
- [2] Beeson P and Ames B. "TRAC-IK: An open-source library for improved solving of generic inverse kinematics.", *2015 IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, pp. 928-935, 2015.