

ZMP 를 고려한 수직 방향의 무게 중심 궤적 생성

Vertical COM Trajectory Generation in Consideration of ZMP

박수민¹ · 박재흥^{1,2}

Sumin Park¹, Jaeheung Park^{1,2}

Abstract: For the stable walking of a robot, it is important to keep the zero-moment point(ZMP) within the support polygon boundary and to have an appropriate center of mass(COM) motion to avoid slippage of the robot foot. Our previous study proposed a method to generate vertical COM motion to reduce slipping and mechanical work during walking. This study analyzed the effect of the vertical COM motion generated by our previous method on the ZMP. Also, this study proposed a new inequality constraint to keep the ZMP within the support polygon boundary. Analysis results showed that the ZMP moves outwards relative to the middle of the robot foot because of the vertical COM motion generated by our previous method, and the movements became larger with the increase of the walking speed. The proposed method with a new inequality constraint ensured to generate the vertical COM trajectory which has the ZMP within the support polygon boundary.

Keywords: Walking pattern generation, vertical COM trajectory, zero-moment point,

1. 서 론

보행 중 무게 중심의 움직임은 역진자 운동으로 표현될 수 있다. 역진자 모델의 동역학은 비선형이기 때문에 수학적 계산이 복잡하다. 수학적 단순화를 위해, 무게 중심의 수직 높이를 일정하게 제한하는 선형 역진자 모델(Linear Inverted Pendulum Model, 이하 LIPM)이 제시되었다. 이족 보행 로봇의 안정적인 무게 중심 궤적 생성을 위해 ZMP(Zero-Moment Point) 기반의 LIPM을 이용한 방법이 널리 사용되어 왔다.

LIPM으로 생성된 무게 중심의 수직 방향 가속도는 영(0)이므로 수직 방향에 작용하는 힘은 오로지 중력이다. 반면, 수평 방향에 작용하는 힘은 보행 속도에 따라 증가한다. 이것은 빠른 보행에서는 수직력에 비례하는 마찰력보다 큰 수평력이 발생하여 로봇 발이 미끄러질 수 있음을 암시한다. 이러한 문제를 해결하기 위해, 미끄러짐과 기계적 일(Mechanical work)을 감소시키기 위한 수직 방향의 무게 중심 궤적 생성 방법이 우리의 이전 연구에서 제시되었다 [1].

하지만 우리의 이전 연구는 ZMP를 고려하지 않으므로, 이 방법으로 생성된 무게 중심 궤적에 따른 ZMP는

로봇의 발바닥 지지 영역을 벗어날 가능성이 있다. 따라서 본 연구에서는 이전 방법으로 생성된 무게 중심 궤적에 따른 ZMP를 확인하고, ZMP를 고려한 미끄러짐과 기계적 일을 감소시키는 안정적인 수직 무게 중심 궤적 생성 방안을 제시하고자 한다.

2. ZMP를 고려한 무게 중심 궤적 생성 방법

2.1 무게 중심 궤적 생성 방법

우리의 이전 논문 [1]에 따라 무게 중심의 수평 방향 궤적, $x(t)$ 와 수직 방향 궤적, $z(t)$ 은 다음의 수식으로 계산된다. $y(t)$ 는 $x(t)$ 와 동일하므로 생략하였다.

$$x(t) = (x_0 - u_x)e^{-\omega t} + (\xi_x - u_x) \sinh(\omega t) + u_x, \quad (1)$$

$$z(t) = p_1 t^4 + p_2 t^3 + p_3 t^2 + p_4 t + p_5, \quad (2)$$

$$\min_p \int_{T_0}^{T_E} P_+ dt. \quad (3)$$

여기서 t 는 시간이며, x_0 는 무게 중심의 초기 위치이고, u_x 는 발바닥 중앙점의 위치이고, $\omega = \sqrt{g/Z_C}$ 는 역진자의 고유 진동수이고, g 는 중력 가속도이고, Z_C 는 수직 높이이고, ξ_x, ξ_y 는 XcoM(Extrapolated CoM)의 초기 위치이며, $p = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ 는 식 (3)의 최적화로 구해지는 다항식의 계수이며, P_+ 는 무게 중심의 양(+)의 일률이며, T_0 는 스텝의 시작 시간, T_E 는 스텝의 종료 시간이다. 식 (3)의 최적화를 풀기 위해서는 다음의 Equality, Inequality 조건이 설정된다.

1. Graduate Student, Seoul National University, Seoul, Republic of Korea (mindy1014@snu.ac.kr)
2. Professor, Corresponding author: Seoul National University, Seoul, Republic of Korea (park73@snu.ac.kr) and Advanced Institutes of Convergence Technology (AICT), Suwon, Republic of Korea

$$\begin{aligned} \text{Equality 조건} & \begin{cases} z(T_0) = z(T_E) \\ \dot{z}(T_0) = \dot{z}(T_E) \\ \ddot{z}(T_0) = \ddot{z}(T_E) \\ \text{average}(z(t)) = Z_c \end{cases} \\ \text{Inequality 조건} & \begin{cases} \max(l(t)) \leq l_{max} \\ \max(uCOF(t)) \leq aCOF \end{cases} \end{aligned}$$

여기서 l 은 발바닥 중앙점으로부터 무게 중심까지의 거리이며, l_{max} 는 l 의 최대 거리이며, $uCOF$ (Utilized Coefficient of Friction)는 보행 중 발에 발생하는 수평력과 수직력의 비이며, $aCOF$ (Available Coefficient of Friction)는 발과 지면 사이의 마찰 계수이다.

2.2 ZMP 안정성을 위한 조건

안정적인 무게 중심 궤적 생성을 위해, ZMP_x , ZMP_y 가 발바닥 중앙점인 u_x , u_y 를 기준으로 로봇 발 크기에 따른 경계 영역, B_x , B_y 안에 들어가도록 하는 Inequality 조건이 제안되었다.

$$\text{Inequality 조건} \begin{cases} \max(|ZMP_x(t) - u_x|) \leq B_x \\ \max(|ZMP_y(t) - u_y|) \leq B_y \end{cases}$$

ZMP_x , ZMP_y 는 다음의 식을 통해 계산된다 [2].

$$ZMP_x(t) = x - \frac{z\dot{x}}{z+g}, \quad ZMP_y(t) = y - \frac{z\dot{y}}{z+g}. \quad (4)$$

3. 결 과

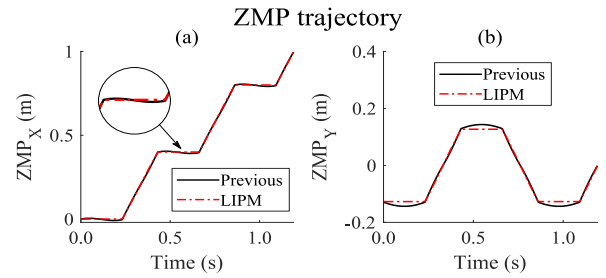
LIPM으로 계산한 ZMP의 경우에는 단발지지구간에 서 발바닥의 중앙점에 머물러 있었다. 하지만, 이전 연구에 따라 수직 방향의 무게 중심 궤적이 추가된 경우에는 단발지지구간에서 ZMP_x 는 발바닥의 중앙점을 기점으로 미세하게 앞-뒤로 왔다갔다하는 움직임을 보였고 [Fig. 1(a)], ZMP_y 는 발바닥 중앙점을 기점으로 바깥 쪽으로 포물선 형태의 움직임을 보였다 [Fig. 1(b)].

이러한 ZMP의 전진 방향 및 측면 방향의 움직임은 보행 속도가 느릴 때 보다 보행 속도가 빠를 때 [Fig. 2(a)] 두드러지게 나타났다. 본 연구에서 제시한 ZMP의 경계 영역을 적용한 수직 방향 궤적 생성의 경우에는 동일한 보행 조건일지라도 ZMP의 움직임이 감소하는 것을 확인할 수 있었다 [Fig. 2(a)]. 또한, ZMP의 경계 영역을 적용한 본 연구의 경우에는 무게 중심의 양의 기계적 일(W_+)은 증가하는 경향을 보였고 [Fig. 2(b)], $uCOF$ 최대값에는 큰 변화를 보이지 않았다 [Fig. 2(c)].

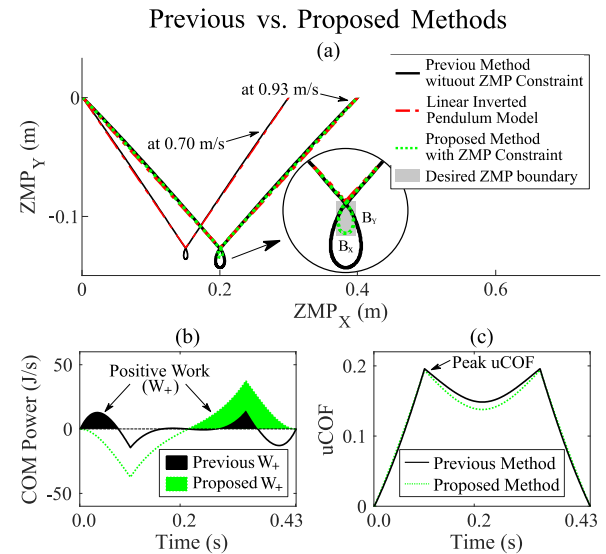
4. 결 론

우리의 이전 연구에서 제시된 방법으로 수직 방향의 무게 중심 궤적을 생성한 경우에는 ZMP가 고정적이

않고 전진 방향 및 측면 방향으로 움직이며, 이는 보행 조건 및 로봇 발 크기에 따라 ZMP가 발바닥 지지 영역을 벗어날 수 있음을 의미한다. 본 연구에서 새로 제안한 로봇 발 크기에 따른 Inequality 조건을 적용하면, ZMP가 지정된 발바닥 경계 영역을 벗어나지 않으면서 미끄러짐과 기계적 일을 감소시키는 수직 방향의 무게 중심 궤적이 생성된다. 이 방법을 통해 보다 안정적인 로봇의 무게 중심 궤적 생성이 가능할 것으로 여겨진다.



[Fig. 1] (a) ZMP_x and (b) ZMP_y trajectories at 0.93 m/s. Step length = 0.4 m. Step time = 0.43 s. Double support time = 0.1 s.



[Fig. 2] Comparison between the previous and proposed methods. (a) ZMP_x and ZMP_y trajectories, (b) COM power and COM positive work, and (c) $uCOF$.

References

- [1] S. Park and J. Park, "Vertical COM Motion Generation to Reduce Slipping and Mechanical Work during Walking," *IEEE-RAS 19th International Conference on Humanoid Robots*, Toronto, Canada, pp. 688-693, 2019.
- [2] M. Vukobratović and B. Borovac. "Zero-Moment Point—Thirty Five Years of Its Life," *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 1, no. 1, pp. 157-173, 2004.